

Colección “Matemática Educativa y Tecnología”

**APLICACIONES SOBRE LA
MODELACIÓN, LA
VISUALIZACIÓN Y USO DE
REPRESENTACIONES EN LA ERA
NUMÉRICA**

Editores:

Dávila Araiza , María Teresa

Romero Félix, César Fabián

Hitt, Fernando

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

Editores de la colección:

Fernando Hitt Espinosa

José Carlos Cortés Zavala

Comité Editorial

María Teresa Dávila Araiza

Universidad de Sonora

México

César Fabián Romero Félix

Universidad de Sonora

México

Fernando Hitt Espinosa

Université du Québec à Montréal

Canada.

Primera edición: 20 de noviembre de 2023

Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y
uso de representaciones en la era numérica

Dávila Araiza, M.T., Romero Félix C.F y Hitt, F.
(Eds.)

México: Editorial AMIUTEM

(Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-3-2

Prólogo

Irene Vallejo, la joven promesa de la literatura Española, en su libro “El Infinito en un Junco” inicia su obra diciendo:

“Misteriosos grupos de hombres a caballo recorren los caminos de Grecia. Los campesinos los observan con desconfianza desde sus tierras o desde las puertas de sus cabañas. La experiencia les ha enseñado que solo viaja la gente peligrosa: soldados, mercenarios y traficantes de esclavos. Arrugan la frente hasta que los ven hundirse otra vez en el horizonte. No les gustan los forasteros armados.

Los jinetes cabalgan sin fijarse en los aldeanos. Para cumplir su tarea deben aventurarse por los violentos territorios de un mundo en guerra casi permanente”

Más adelante nos informa, que esa tarea que deben cumplir, y que fue un encargo del Rey de Egipto (Ptolomeo III), es buscar Libros, todo tipo de libros y que serán almacenados en la gran Biblioteca de Alejandría.

Irene menciona “La invención de los libros ha sido tal vez el mayor triunfo en nuestra terca lucha contra la destrucción”.

Quise retomar la visión de Irene Vallejo como el inicio del prólogo, para reafirmar que cada libro que se escribe es importante para la humanidad. Así que mi querido lector, todos los autores de este material te agradecemos por haber abierto estas paginas y esperamos que encuentres en este libro beneficios.

El libro “*Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*” es la parte práctica del libro anterior llamado “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”, por lo que es conveniente retomar lo escrito por Esnel Pérez, autor del prólogo del libro “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”. Pérez menciona lo siguiente:

“El título mismo, *Modelación, Visualización y Representaciones en la Era Numérica*, me llevó a preguntarme ¿cuál es la significación que a partir de la lectura del texto habría de encontrar para tal expresión?

El título me permitió suponer que el contenido está articulado sobre tres grandes ejes de discusión, importantes por demás en Educación Matemática: Modelación, Visualización y Representaciones; que, si bien son distinguibles uno del otro, no se excluyen mutuamente; además de un cuarto eje, el uso de tecnología (designado implícitamente por la expresión “En la Era Numérica”), que se entrecruza con los tres primeros.”

En este nuevo libro encontrarás algunas aplicaciones de las temáticas tratadas en el volumen anterior. Se compone de quince capítulos y cada uno de ellos se desarrolla proponiendo una actividad de aprendizaje.

En el capítulo uno, Del Castillo, Ibarra y Armenta desarrollan una secuencia didáctica o actividad para el aula partiendo de una situación cotidiana la Señalización de protección civil. Mencionan

“La estructura de la secuencia didáctica incluye actividades de apertura, desarrollo y cierre, acorde al planteamiento de Díaz-Barriga (2013), y es consistente con los planes y programas vigentes del bachillerato en México (SEP, 2017). Para el desarrollo de la secuencia se han incluido momentos de trabajo individual, en equipos y grupal. La reflexión individual, las interacciones con el grupo y con el profesor son importantes para promover los momentos de argumentación y la negociación de los significados construidos.

Boissinotte, en el capítulo dos propone una actividad para encontrar el mejor costo para instalar un cable, menciona “Nuestro objetivo es lograr que los estudiantes (futuros profesores de secundaria) reconozcan el potencial de Modelado 3D producido en software de geometría dinámica para resolver ciertos Problemas que involucran visualización espacial”. Recomienda, como metodología de trabajo, ACODESA¹ y propone su actividad a través de seis bloques.

Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones es el capítulo tres, los autores, Soto, Urrea Bernal y Romero hacen uso del GeoGebra para tratar las operaciones entre vectores, proponen tres secuencias didácticas donde cada una de ellas se compone de actividades para el aula.

En capítulo cuatro, escrito por Martínez y Olvera, proponen una actividad relacionada con las horas de luz solar, con esta actividad mencionan que pretenden “Que los estudiantes generen un modelo matemático de un contexto real sobre la duración de luz solar con datos que se pueden recuperar en una base que se actualizan en tiempo real. El contexto propuesto es propicio para promover el estudio de fenómenos reales que involucra periodicidad, por lo que la actividad promueve el estudio de la función seno y/o coseno a través de diferentes representaciones. La actividad se compone de cuatro momentos y cada momento es tratado a través de preguntas.

Modelizar el movimiento uniforme apoyados con un sensor de movimiento para obtener un acercamiento a la función lineal y que los estudiantes comprendan que: la gráfica distancia/tiempo que da el sensor es una representación del movimiento. Es la propuesta de Hernández, Santillán y Pérez y para ello proponen cuatro actividades que son presentadas en el capítulo cinco.

Dando continuidad al capítulo anterior en el capítulo seis los mismos autores proponen otra actividad llamada “Gráficas dinámicas ligadas”, ahí proponen tres actividades que tienen como objetivo descubrir relaciones entre la gráfica de d/t y la de v/t , manipulando la gráfica.

En el capítulo siete Grijalva y Dávila proponen dos actividades didácticas que pretenden apoyar el estudio de la integral mediante el desarrollo de procesos de visualización. Las actividades diseñadas tienen como propósito promover, como punto de partida, el significado de integral como función de área, no el de integral definida como valor fijo correspondiente al área de una región estática.

Zaldívar Rojas y Vega Herrera son los encargados de la escritura del capítulo ocho, en el cual se desarrollan diez actividades para promover el uso de gráficas en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con las cuales intentan promover la visualización matemática.

¹ ACODESA: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autoreflexión

Romero continua, en el capítulo nueve, con actividades para promover la visualización para encontrar raíces de funciones a través del método de Bisección y del Newton-Raphson. La propuesta incluye dos actividades, organizadas en tres etapas cada una: problema inicial, discusión grupal y ejercicios.

El capítulo diez, escrito por Ibarra y Montiel presenta la situación de estimar la temperatura. Esta actividad se desarrolla en tres etapas y tiene como objetivo que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

Las mismas autoras proponen, en el capítulo once, una actividad sobre Antenas telefónicas como un medio para conceptualizar la mediatriz.

Que los estudiantes aprendan a construir estructuras cognitivas y que ligen los procesos algebraicos en papel y lápiz, junto con los visuales con la ayuda de la geometría dinámica y el Cas de GeoGebra, es el objetivo de la propuesta que desarrolla Hitt en el capítulo doce. Es una actividad que se implementa en el aula utilizando la metodología ACODESA.

Guarín, Parada Rico y Fiallo son los autores de Capítulo trece que lleva por nombre “Nociones de aproximación y Tendencia”. Para los autores una mejor comprensión del concepto de límite de una función en un punto es el que los estudiantes tengan idea de lo que es una aproximación y una tendencia. El Capítulo se desarrolla a través de cinco actividades en las cuales se hace uso de un applet realizado en GeoGebra.

En los Capítulos catorce y quince se trabaja la generalización algebraica, en el aprendizaje formal de álgebra. Hitt y Saboya presentan una actividad denominada “El jardín de calabazas” y Hitt y Quiroz proponen la actividad “Rectángulos y círculos”. En ambas actividades se emplea la metodología ACODESA, por lo que se desarrolla la actividad en cinco etapas. En cada una de las actividades se utiliza un applet de GeoGebra.

Así que, estimado lector, esperamos que las actividades presentadas en este volumen te sean de utilidad, es importante aclarar que la editorial AMIUTEM² no persigue fines de lucro, por lo cual los libros editados bajo este sello son de libre circulación y completamente Gratis.

Como parte final de este prologo, recordarte que AMIUTEM es una Asociación formada por profesores de matemáticas de diferentes niveles educativos y que uno de los objetivos sociales que persigue es el de promover el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que ponemos este material en tus manos para que nos ayudes con esta labor.

Morelia, México

José Carlos Cortés Zavala

² Asociación Mexicana de Investigadores en el Uso de Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas.

Contenido

Capítulo 1: Señalización para Protección Civil	1
Ana Guadalupe del Castillo B., Silvia E. Ibarra O., Maricela Armenta C.	
Capítulo 2: Activité pour les futurs enseignants de mathématiques : Recherche du meilleur coût pour l'installation d'un câble	29
Christian Boissinotte	
Capítulo 3: Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones	49
José Luis Soto Munguía, Manuel Alfredo Urrea Bernal, César Fabián Romero Félix.	
Capítulo 4: Horas de luz solar	63
Cesar Martínez Hernández, María del Carmen Olvera Martínez.	
Capítulo 5: Caminando frente al sensor de movimiento	73
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 6: Gráficas dinámicas ligadas	83
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 7: Actividades para la exploración gráfica de la integral y sus propiedades elementales	91
Agustín Grijalva Monteverde, María Teresa Dávila Araiza.	
Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización	101
José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera.	
Capítulo 9: Visualización de métodos numéricos para aproximar raíces de funciones	125
César Fabián Romero Félix	
Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura	149
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 11: Antenas telefónicas	162
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 12: Visualización matemática y GeoGebra	173
Fernando Hitt	
Capítulo 13: Nociones de Aproximación y Tendencia	179
Sergio Alexander Guarín Amorocho, Sandra Evely Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Lea.	
Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles	187

Fernando Hitt, Mireille Saboya.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

199

Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt.

Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles

Une activité visant un travail sur la généralisation algébrique avant tout apprentissage formel de l'algèbre

Fernando Hitt, Mireille Saboya.¹

Problématique et objectif d'apprentissage

Le but de cette activité est de promouvoir la généralisation vers l'algèbre. L'activité vise à ouvrir une porte vers l'algèbre dans la transition du primaire au secondaire. De façon concrète, elle cherche à promouvoir des processus de symbolisation (voir l'explication plus détaillée plus bas).

Concepts mathématiques impliqués

Généraux : Généralisation, passage de l'arithmétique vers l'algèbre, expressions numériques, expressions algébriques, représentations spontanées, représentations institutionnelles.

Spécifiques : L'activité s'appuie sur un contexte de la vie réelle et sur l'étude de motifs figuratifs qui ne sont pas ordonnés. Elle vise à ce que les élèves fassent émerger différentes représentations qui amèneront vers la symbolisation. L'évolution des représentations des élèves constituera ainsi un solide support pour la construction de connaissances algébriques. L'activité suit une approche d'enseignement nommée ACODESA (Apprentissage **CO**llaboratif, **DÉ**bat **SC**ientifique et **AU**toréflexion, Hitt 2007; Hitt et Gonzalez-Martin 2015; Hitt, Quiroz 2017, 2019a, 2019b ; Hitt, Saboya et Cortes 2017).

Niveaux d'études

Élèves de 10 à 14 ans.

Nombre d'étapes de l'activité et durée approximative

L'activité est constituée de cinq étapes. Il faut prévoir deux périodes de 1h15 chacune pour les trois premières étapes (travail individuel, travail en équipe et retour en grand groupe). L'étape d'autoréflexion (4^e étape) est suggérée comme devoir à la maison. Finalement, une autre période de 1h15 sera allouée pour le retour sur l'autoréflexion et pour la cinquième étape qui est l'étape d'institutionnalisation.

Matériels nécessaires

- Un document retraçant l'activité pour chaque élève,
- Des fichiers GeoGebra dans les iPads des élèves avec l'applet (déjà installé) : Jardin des citrouilles, qui seront utilisés par les élèves selon la méthode d'enseignement ACODESA,
- Un projecteur (pour les discussions en grand groupe),

¹ Université du Québec à Montréal, Canada.

- Des feuilles de papier, des stylos de différentes couleurs. Des couleurs différentes seront utilisées pour les étapes du travail individuel, du travail en équipe et du retour en grand groupe.

Approche d'enseignement et recommandations

Nous vous proposons une activité qui vise l'expression chez les élèves d'une généralisation algébrique. Cette activité se veut une porte d'entrée à l'algèbre sans heurts, c'est-à-dire un passage naturel entre l'étude des nombres et l'abstraction donc entre l'arithmétique et l'algèbre. À travers l'activité présentée ici, un travail autour de la symbolisation est pensé, les élèves vont être amenés :

- à voir la pertinence d'utiliser une symbolisation,
- à choisir eux-mêmes ce symbolisme,
- à prendre conscience qu'il y a une multitude de symbolisations possibles.

Cette activité s'appuie sur l'étude de motifs figuraux qui ne sont pas ordonnés. En procédant ainsi, nous poussons les élèves à trouver différentes formules qui illustrent diverses façons de voir les motifs, ces formules étant équivalentes. L'activité suit une approche d'enseignement nommée ACODESA (**A**pprentissage **C**ollaboratif, **D**Ébat **S**cientifique et **A**utoréflexion, Hitt 2007; Hitt et Gonzalez-Martin 2015; Hitt, Quiroz 2017, 2019a, 2019b ; Hitt, Saboya et Cortes 2017) qui suit la démarche suivante :

- Étape 1 : Travail individuel. Dans cette première étape, l'élève va représenter l'activité en ayant recours à ses propres moyens, ce qu'il va produire est nommé des *représentations fonctionnelles spontanées*. Ces représentations ne sont souvent pas les mêmes d'un élève à l'autre, elles sont propres à chaque élève ;
- Étape 2 : Travail en équipe sur la même partie que précédemment. En équipe, les élèves vont discuter et valider ce qu'ils ont produit de façon individuelle ;
- Étape 3 : Débat en grand groupe. L'enseignant discute avec les élèves et fait ressortir les différentes représentations qui ont émergées du groupe classe. Elles sont validées en groupe ;
- Étape 4 : Retour individuel sur l'activité. La même activité avec un réaménagement des questions est donnée aux élèves, ceux-ci réinvestissent ce qu'ils ont appris, c'est une étape d'auto-réflexion ;
- Étape 5 : Institutionnalisation. Dans cette dernière étape, l'enseignant repart de ce qui est ressorti aux étapes 3 et 4 dans lesquelles diverses représentations ont été présentées. L'enseignant amène alors les élèves vers les représentations utilisées en algèbre, qui sont des *représentations institutionnelles*.

Même si Radford (2011) montre comment des élèves de 6-7 ans arrivent à généraliser dans une activité portant sur des motifs figuraux, nous vous conseillons de faire cette activité avec des élèves de 10 à 14 ans, âges qui correspondent à la fin du primaire et au début du secondaire. Cette activité qui vise une continuité entre l'arithmétique et l'algèbre s'inscrit dans une séquence de sept activités (voir Figure 13 du chapitre théorico-pratique de Hitt et Saboya).

Dans ce qui suit nous présentons l'activité et donnons quelques exemples de réponses produites par des élèves de 10-11 ans qui proviennent d'une expérimentation qui a pris place au Mexique (Quiroz

et Hitt accepté). Comme cette activité requiert l'utilisation de la technologie, des iPads doivent être distribués aux élèves, ils pourront ainsi vérifier ce qu'ils ont produit.

Étape 1 : Un travail individuel

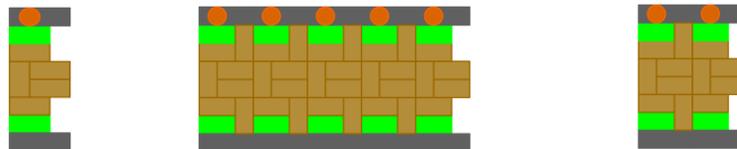
Dans l'activité du jardin des citrouilles, on place l'élève dans une situation dans laquelle il doit aider le directeur de la Ville de Montréal. On vise ainsi un engagement de sa part. Voici l'énoncé de l'activité avec les premières questions posées aux élèves :

La Ville de Montréal se prépare pour son spectacle « Jardins de lumière » au Jardin botanique. Le directeur, responsable du Jardin botanique, a pensé à un « Chemin de citrouilles » tel que présenté sur l'image ci-dessous.



Celui-ci est balisé par un chemin sur lequel sont placées des citrouilles et des dalles vertes lumineuses qui montrent le chemin pendant la nuit. Des dalles marrons complètent le chemin. Le directeur souhaite savoir le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour construire un chemin quelle que soit la longueur de ce chemin.

Voici des exemples de chemins possibles. Ils sont toujours construits de la même façon.



Peux-tu l'aider à trouver une façon de faire? Pour cela, réponds aux questions qui suivent.

A) Les dalles lumineuses

- 1) Quel est le nombre de dalles lumineuses sur un chemin composé de 3 citrouilles ?
- 2) Si on cherche le nombre de dalles lumineuses pour un chemin qui compte 6 citrouilles, as-tu besoin de dessiner ce chemin pour trouver ce nombre? Explique comment tu procèdes.
- 3) Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles lumineuses pour un chemin composé de 17 citrouilles sans avoir à les compter une à une?

B) Les dalles marrons

- 4) Quel est le nombre de dalles marrons pour un chemin composé de 3 citrouilles ?
- 5) Si on cherche le nombre de dalles marrons pour un chemin qui compte 6 citrouilles, as-tu besoin de dessiner ce chemin pour trouver ce nombre ? Explique comment tu procèdes.

- 6) Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles marrons pour un chemin composé de 17 citrouilles sans avoir les compter une à une ?

Dans cette première étape, on fait réfléchir les élèves à la fois sur le nombre de dalles lumineuses et sur le nombre de dalles marrons nécessaires à la construction d'un chemin. Pour cela, l'élève peut choisir comme générateur de compter le nombre de citrouilles. On peut remarquer que les dalles lumineuses sont plus faciles à compter que les dalles marrons. Les questions poussent les élèves à laisser de côté le comptage des dalles une à une et de discerner une stratégie qui repose sur le repérage d'une régularité. En effet, les nombres choisis, de plus en plus grands, amènent les élèves à laisser tomber le dessin et voir ce qui revient d'un motif à l'autre. Il est demandé aux élèves dans cette première étape d'explicitier leurs stratégies par des mots.

Dans l'expérimentation menée au Mexique², certains élèves ont utilisé une stratégie additive pour trouver le nombre de dalles marrons pour un chemin qui compte 5 citrouilles. Dans la production ci-dessous, l'élève trouve le nombre de dalles marrons pour un chemin avec une citrouille et le nombre de dalles marrons pour un chemin de deux citrouilles (qui prévoit les deux dalles marrons vis-à-vis de chacune des citrouilles). Il va alors ajouter deux fois le nombre de dalles marrons pour deux citrouilles au nombre de dalles marrons pour le chemin composé d'une citrouille et ajouter les dalles marrons vis-à-vis des citrouilles qui manquent au comptage total :

1 citrouille = 5 marrons, 2 vertes
2 citrouilles = 12 marrons, 4 vertes
À la cinquième citrouille, 33 dalles marrons. J'ai ajouté la quantité de citrouilles et j'ai ajouté les rectangles de séparation des dalles vertes.

Étape 2 : Un travail en équipe qui mène vers une mise en commun

Les élèves vont être amenés dans cette deuxième étape à discuter des stratégies qu'ils ont élaborées de façon individuelle. Ils seront placés en équipes de 2 ou 3 élèves. Un iPad est distribué par équipe. Cet outil technologique offre aux élèves de manipuler une barre de défilement avec laquelle se construit le motif avec la longueur demandée. L'application fournit également les nombres de dalles lumineuses et marrons qui découlent du chemin choisi par l'équipe. Les élèves pourront ainsi vérifier les stratégies qu'ils ont élaborées.

- 7) En équipe, discutez des stratégies que vous avez trouvées précédemment pour calculer le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires. Procédez-vous tous de la même façon ? Trouvez au moins 2 stratégies pour calculer à la fois le nombre de dalles lumineuses et le nombre de dalles marrons pour un chemin de 17 citrouilles.
- 8) Une fois que vous avez écrit les différentes stratégies et que vous avez décidé qu'elles sont correctes, utilisez chacune de ces stratégies pour calculer le nombre de dalles lumineuses et

² Dans l'expérimentation au Mexique le motif avec 4 citrouilles leur avait été remis au lieu de celui avec 5 citrouilles comme présenté ici.

de dalles marrons nécessaires pour un chemin composé de 21 citrouilles et pour un chemin composé de 54 citrouilles.

- 9) L'application GeoGebra vous donne le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons pour n'importe quel chemin. Vous pouvez l'utiliser pour vérifier votre travail réalisé précédemment.

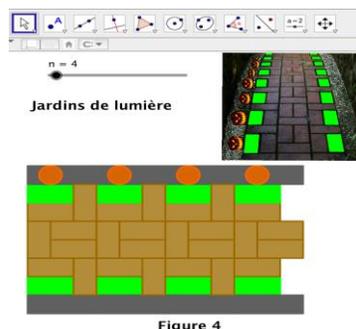


Figure 4

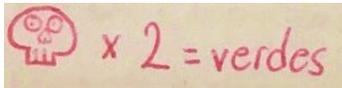
- 10) Écrivez des messages en mots au directeur qui vont lui permettre de calculer le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour n'importe quelle longueur de chemin et ce, sans avoir à les compter une à une.
- 11) Les messages sont longs à lire. Le directeur est pressé, il souhaite que vous raccourcissiez les messages en indiquant les opérations à faire pour que ça rentre dans un message texte. Écrivez ces messages simplifiés.

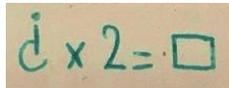
Les questions 10) et 11) sont essentielles pour aller vers la généralisation et la symbolisation. En effet, à la question 10) les élèves auront produit différents messages en mots qui reposent sur le travail mené précédemment. Voici un exemple de message en mots qui provient de l'expérimentation menée au Mexique :

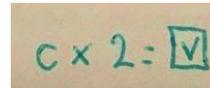
Tu regardes le numéro de la citrouille. Tu multiplies $\times 2$ le numéro de la citrouille [pour les dalles vertes]. Tu multiplies les citrouilles $\times 5$ plus les vertes et tu soustrais 2 [pour les dalles marrons].

La question 11) amène à symboliser pour rendre le message plus court, c'est à ce moment que l'élève va percevoir la pertinence d'utiliser une symbolisation et fera un choix pour cette symbolisation. On s'attend ici à diverses symbolisations. Dans l'expérimentation menée au Mexique, les élèves ont utilisé différentes symbolisations pour désigner le nombre de citrouilles : une tête de mort³, un point d'interrogation à l'envers et la lettre c. Pour désigner les dalles vertes, les élèves ont écrit « vertes », ont utilisé un carré et d'autres un carré avec un v écrit à l'intérieur :

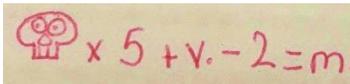
³ Dans la version pour le Mexique, nous avons changé les citrouilles (version au Québec avec l'Halloween) par des têtes de mort faisant référence à la fête des morts qui a lieu au Mexique.

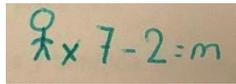

$$\text{skull} \times 2 = \text{verdes}$$

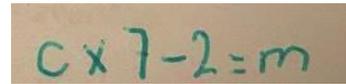

$$d \times 2 = \square$$


$$c \times 2 = \square \checkmark$$

Pour trouver le nombre de dalles marrons, l'analyse des productions des élèves qui ont vécu l'activité relève deux stratégies différentes qui mobilisent dans ce cas-ci également des symbolisations différentes :


$$\text{skull} \times 5 + v - 2 = m$$


$$f \times 7 - 2 = m$$


$$c \times 7 - 2 = m$$

Dans ces deux premières étapes, l'enseignant circule en classe et repère ce que font les élèves afin de préparer le retour en grand groupe qui prend place à la troisième étape.

3) Étape 3 : Discussion en grand groupe animée par l'enseignant

À cette étape, une discussion prend place entre le groupe classe et l'enseignant sur ce qui a été produit dans les deux étapes précédentes. Le groupe classe est à la recherche de consensus basés sur l'argumentation et la validation des différentes stratégies ressorties. Il sera demandé aux élèves d'essayer de comprendre les stratégies de leurs compagnons. Il est suggéré que l'enseignant écrive au tableau les différentes stratégies ressorties ou demande à un représentant de chacune des équipes d'aller écrire ce qu'ils ont trouvé au tableau. Il est important de mettre l'accent sur les mêmes formules/messages mais qui utilisent une symbolisation différente. Ceci permettra de rendre apparent que différentes symbolisations sont possibles. Nous suggérons également à l'enseignant de commencer si possible par les messages qui sont erronés pour que les élèves les valident en grand groupe et ne pas commencer par les messages valides qui peuvent alors servir d'argument de validation, ce qui n'est pas souhaitable. En effet, on va préférer entendre un élève dire que telle formule est erronée en se basant sur des arguments liés à la construction des motifs que sur une non concordance avec une formule jugée valide précédemment. Le visuel va prendre une place importante lors de la validation.

4) Étape 4 : Travail individuel, autoréflexion

Une feuille qui reprend l'activité avec quelles-unes des questions est distribuée à chaque élève pour qu'il la remplisse en dehors du cours. Il s'agit de reconstruire les messages qui répondent à l'activité. L'enseignant peut ainsi voir le chemin parcouru par chacun des élèves lors des étapes précédentes et relever de possibles incompréhensions et/ou difficultés. Nous recommandons à l'enseignant de porter une attention particulière à la question : *Si le directeur veut calculer le total de dalles (vertes et marrons) pour chaque chemin, peux-tu calculer sans compter le nombre total de dalles et ce, pour n'importe quelle longueur de chemin ?* qui requiert l'expression d'une généralisation qui nécessite une symbolisation.

5) Étape 5 : Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant

Dans cette cinquième et dernière étape, l'enseignant effectue une analyse des productions des élèves produites aux étapes 3 et 4 sous l'angle de l'évolution des représentations spontanées ainsi que des possibles processus algébriques. Il présente alors aux élèves le processus algébrique comme processus de généralisation basé sur des processus numériques élaborés par les élèves qui ont construit une expression algébrique permettant le calcul demandé.

Voici le document qui peut être présenté aux élèves :

Références

- Cortés C., Hitt F. et Saboya M. (2016). Pensamiento aritmético-algebraico a través de un espacio de trabajo matemático en un ambiente de papel, lápiz y tecnología en la escuela secundaria. *Bolema Río Claro (SP)*, 30(54), 240-264.
- Hitt F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éds.), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Paris : Hermès.
- Hitt, F. et González-Martín, A.S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (Collaborative learning, Scientific debate and Self-reflexion) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201-219.
- Hitt, F. et Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. *Revista Colombiana de Educación*. 73, 153-177.
- Hitt, F. et Quiroz, S. (2019a). La enseñanza de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico. En S. Quiroz, E. Nuñez, M. Saboya y J. L. Soto (Eds.), *Investigaciones teórico prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (pp. 1-25). México : AMIUTEM.
- Hitt, F. et Quiroz, S. (2019b). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, vol. 24, 75-106.
- Hitt, F., Saboya, M. et Cortés C. (2017). Rupture or continuity: the arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116.
- Quiroz, S. et Hitt F. (accepté). Intervenciones docentes en el trabajo con ACODESA en el aula de matemáticas. Dans S-E. Ibarra, A-G del Castillo, S. Quiroz & J-D Saldívar (Eds.), *Modelación, visualización y representaciones en la era numérica* (pp. en processus).
- Radford, L. (2011). Grade 2 students' non – symbolic algebraic thinking. In J. Cai & E. Knuth (eds.), *Early Algebrization, Advances in Mathematics Education* (pp. 303-322). Dordrecht: Kluwer.

Le jardin des citrouilles

Page 1

Nom de l'élève : _____

Noms des membres de l'équipe : _____

Groupe : _____

Date : _____

Directives :

- Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à encre noire ou bleue.
- Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à encre rouge.
- Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à encre verte.

Jardin botanique

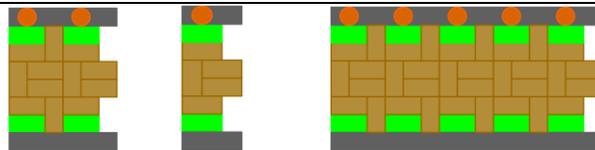


Page 2 (Travail individuel)

La Ville de Montréal se prépare pour son spectacle « Jardins de lumière » au Jardin botanique. Le directeur, responsable du Jardin botanique, a pensé à un « Chemin de citrouilles » tel que présenté sur l'image ci-dessous.



Celui-ci est balisé par un chemin sur lequel sont placées des citrouilles et des dalles vertes lumineuses qui montrent le chemin pendant la nuit. Des dalles marrons complètent le chemin. Le directeur souhaite savoir le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour construire un chemin quelle que soit la longueur de ce chemin. Voici des exemples de chemins possibles. Ils sont toujours construits de la même façon.



Peux-tu l'aider à trouver une façon de faire? Pour cela, réponds aux questions qui suivent.

A) Les dalles lumineuses

- 1) Quel est le nombre de dalles lumineuses sur un chemin composé de 3 citrouilles ?
- 2) Si on cherche le nombre de dalles lumineuses pour un chemin qui compte 4 citrouilles, as-tu besoin de dessiner ce chemin pour trouver ce nombre ? Explique comment tu procèdes.
- 3) Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles lumineuses pour un chemin composé de 17 citrouilles sans avoir à les compter une à une ?

B) Les dalles marrons

- 4) Quel est le nombre de dalles marrons pour un chemin composé de 3 citrouilles ?
- 5) Si on cherche le nombre de dalles marrons pour un chemin qui compte 4 citrouilles, as-tu besoin de dessiner ce chemin pour trouver ce nombre ? Explique comment tu procèdes.
- 6) Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles marrons pour un chemin composé de 17 citrouilles sans avoir les compter une à une?

Page 3 (Travail en équipe)

- 7) En équipe, discutez des stratégies que vous avez trouvées précédemment pour calculer le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires. Procédez-vous tous de la même façon ? Trouvez au moins 2 stratégies pour calculer à la fois le nombre de dalles lumineuses et le nombre de dalles marrons pour un chemin de 17 citrouilles.
- 8) Une fois que vous avez écrit les différentes stratégies et que vous avez décidé qu'elles sont correctes, utilisez chacune de ces stratégies pour calculer le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour un chemin composé de 21 citrouilles et pour un chemin composé de 54 citrouilles.
- 9) L'application GeoGebra vous donne le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons pour n'importe quel chemin. Vous pouvez l'utiliser pour vérifier votre travail réalisé précédemment.

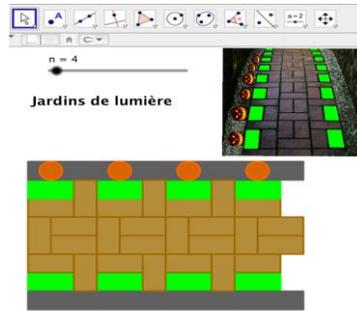


Figure 4

- 10) Écrivez des messages en mots au directeur qui vont lui permettre de calculer le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour n'importe quelle longueur de chemin et ce, sans avoir à les compter une à une.
- 11) Les messages sont longs à lire. Le directeur est pressé, il souhaite que vous raccourcissiez les messages en indiquant les opérations à faire pour que ça rentre dans un message texte. Écrivez ces messages simplifiés.

Page 4 (Discussion en grand groupe)

Vous allez discuter en grand groupe de ce qui a été fait précédemment. Essayez de comprendre les stratégies de vos compagnons, sont-elles valides ? Si oui, pourquoi, si non pourquoi ?

Page 5 (Travail individuel, autoréflexion)

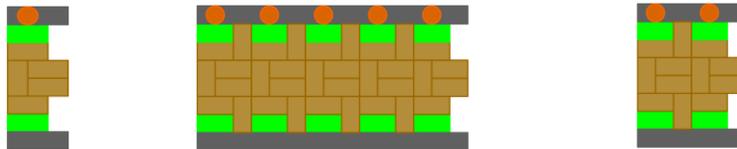
LE JARDIN DES CITROUILLES

La Ville de Montréal se prépare pour son spectacle « Jardins de lumière » au Jardin botanique. Le directeur, responsable du Jardin botanique, a pensé à un « Chemin de citrouilles » tel que présenté sur l'image ci-dessous.



Celui-ci est balisé par un chemin sur lequel sont placées des citrouilles et des dalles vertes lumineuses qui montrent le chemin pendant la nuit. Des dalles marrons complètent le chemin. Le directeur souhaite savoir le nombre de dalles lumineuses et de dalles marrons nécessaires pour construire un chemin quelle que soit la longueur de ce chemin.

Voici des exemples de chemins possibles. Ils sont toujours construits de la même façon.



Peux-tu l'aider à trouver une façon de faire? Pour cela, réponds aux questions qui suivent.

- 1) Si le directeur veut calculer le total de dalles (vertes et marrons) pour chaque chemin, peux-tu calculer sans compter le nombre total de dalles et ce, pour n'importe quelle longueur de chemin ? Trouve au moins deux façons de faire.
- 2) Quel est le nombre de dalles vertes pour un chemin composé de 67 citrouilles ?
- 3) Quel est le nombre de dalles marrons pour un chemin composé de 67 citrouilles ?

Page 6 (Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant)

Un retour sur l'activité est fait par votre enseignant. Prenez des notes sur ce qui est écrit au tableau.

